A radioaktív bomlás kinetikája

Egyszerű radioaktív bomlás

$$-\frac{dN}{dt} = \lambda N$$

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

N_0 radionuklidok száma t=0 időpontban
N radionuklidok száma t időpontban
λ a bomlássebességi állandó.

Egyszerű radioaktív bomlás

- Felezési idő: $\frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda t_{1/2}}$ $\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$

- Átlagos élettartam: $\tau = \frac{1}{\lambda}$

- Aktivitás:

$$A = -\frac{dN}{dt} = \lambda N = \lambda N_0 e^{-\lambda t} = A_0 e^{-\lambda t}$$

bequerel (Bq) = 1 bomlás/s, curie (Ci)=3,7*10^{10} Bq

- Intenzitás: $I = kA = k\lambda N$ $I = I_0 e^{-\lambda t}$

cpm (counts per minute), cps (counts per second)

Összetett bomlások: elágazó bomlás

$$A \left\langle \begin{array}{l} \xrightarrow{\lambda_1} B_1 \\ \xrightarrow{\lambda_2} B_2 \end{array} \right.$$

$$^{40}K \left\langle \begin{array}{l} \xrightarrow{\beta^-} {}^{40}Ca \\ \xrightarrow{\beta^+, EX} {}^{40}Ar \end{array} \right.$$

$$N = N_0 e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t}$$

$$\frac{B_1}{B_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

U-238 bomlási sor fontosabb tagjai

U-238

↓ α 4,5e9 év

Th-234

↓ β 24,1 nap

Pa-234

↓ β 1,2 min

U-234

↓ α 2,5e5 év

Th-230

↓ α 8e4 év

Ra-226

↓ α 1620 év

Rn-222

↓ α 3,825 nap

Po-218

↓ α 3,05 min

Pb-214

↓ β 26,8 min

Bi-214

α ↙ ↘ β 19,8 min

Tl–210 Po–214

β↘ ↙ α

1,3 min 1,6e–4 s

Pb–210

↓ β 21,6 év

Bi–210

↓ β 5,013 nap

Po–210

↓ α 138,4 nap

Pb–206

Th-232 bomlási sor fontosabb tagjai

Th-232

↓ α 1,41e10 év

Ra-228

↓ β 5,7 év

Ac-228

↓ β 6,13 óra

Th-228

↓ α 1,91 év

Ra-224

↓α 3,64 nap

Rn-220

↓ α 55 s

Po-216

↓ α 1,58e–1 s

Pb-212

↓ β 10,6 óra

Bi-212

α ↙ ↘ β 0,6 min

Tl–208 Po–212

β↘ ↙ α

3,1 min 3e–7 s

Pb–208

U-235 bomlási sor fontosabb tagjai

U-235

↓ α 7,1e8 év

Th-231

↓ β 25,6 óra

Pa-231

↓ α 3,3e4 év

Ac-227

β ↙ ↘ α 22 év

Th–227 Fr–223

α↘ ↙ β α↘

18,2 nap 22 min

Ra–223 At–219

α↘ ↙ β α↘

11,7 nap 0,9 min

Rn–219 Bi–215

α↘ ↙ β

α↘ ↙ β

3,9 s 7,4 min

Po–215

α↙ ↘β

1,8e–3 s

Pb–211 At–215

β↘ ↙α

36 min 1,8e–3 s

Bi–211

α↘ ↙ β

2,11 min

Tl–207 Po–211

β↘ ↙α

4,8 min 0,52 s

Pb–207

Összetett bomlások: sorozatos bomlás

2 tagra: anyaelem+leányelem

$$A = A_1 + A_2$$

anyaelem: egyszerű bomlástörvény

$$-\frac{dN_1}{dt} = \lambda_1 N_1 = \lambda_1 N_{10} e^{-\lambda_1 t}$$

leányelem: keletkezés+bomlás

$$\frac{dN_2}{dt} = \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2$$

Megoldás:

$$N_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_{10} e^{-\lambda_1 t} \left[1 - e^{(\lambda_1 - \lambda_2)t}\right] + N_{20} e^{-\lambda_2 t}$$

$$N_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_{10} \left[e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}\right] + N_{20} e^{-\lambda_2 t}$$

$A_2 = N_2 \lambda_2$ és $A_1 = N_1 \lambda_1$:

$$A_2 = \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} A_{10} e^{-\lambda_1 t} \left[1 - e^{(\lambda_1 - \lambda_2)t}\right] + A_{20} e^{-\lambda_2 t}$$

Radioaktív egyensúlyok

Összetett bomlások: sorozatos bomlás

$$N_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_{10} e^{-\lambda_1 t} \left[1 - e^{(\lambda_1 - \lambda_2)t}\right] + N_{20} e^{-\lambda_2 t}$$

Leányelem maximális mennyisége, ha t=0-nál N_2=0:

$$\frac{dN_2}{dt} = -\frac{\lambda_1 \lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_{10} e^{-\lambda_1 t} + \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} N_{10} e^{-\lambda_2 t} = 0$$

$$t_{\max} = \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} \ln \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

Sorozatos bomlás n tagra

$$-\frac{dN_1}{dt} = \lambda_1 N_1 = \lambda_1 N_{10} e^{-\lambda_1 t}$$

$$\frac{dN_2}{dt} = \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2$$

$$\frac{dN_3}{dt} = \lambda_2 N_2 - \lambda_3 N_3$$

$$\frac{dN_n}{dt} = \lambda_{n-1} N_{n-1} - \lambda_n N_n$$

$$N_n = \sum_{i=1}^{n} c_i^n e^{-\lambda_i t} \qquad c_i^n = N_{10} \frac{\prod_{k=1}^{n-1} \lambda_k}{\prod_{\substack{k=1 \\ k\neq i}}^{n} (\lambda_k - \lambda_i)}$$

3 tagra: $$N_3 = N_{10}\left[\frac{\lambda_1\lambda_2 e^{-\lambda_1 t}}{(\lambda_2-\lambda_1)(\lambda_3-\lambda_1)} + \frac{\lambda_1\lambda_2 e^{-\lambda_2 t}}{(\lambda_1-\lambda_2)(\lambda_3-\lambda_2)} + \frac{\lambda_1\lambda_2 e^{-\lambda_3 t}}{(\lambda_1-\lambda_3)(\lambda_2-\lambda_3)}\right]$$

Radioaktív egyensúlyok

1. $\lambda_1 < \lambda_2$, azaz az anyaelem lassabban bomlik, mint a leányelem.
2. $\lambda_1 << \lambda_2$, azaz az anyaelem sokkal lassabban bomlik, mint a leányelem.
3. $\lambda_1 > \lambda_2$, azaz az anyaelem gyorsabban bomlik, mint a leányelem.
4. $\lambda_1 \approx \lambda_2$, azaz az anyaelem és a leányelem bomlási sebessége megközelítőleg azonos.

$\lambda_1 < \lambda_2$: kurrens vagy tranziens egyensúly

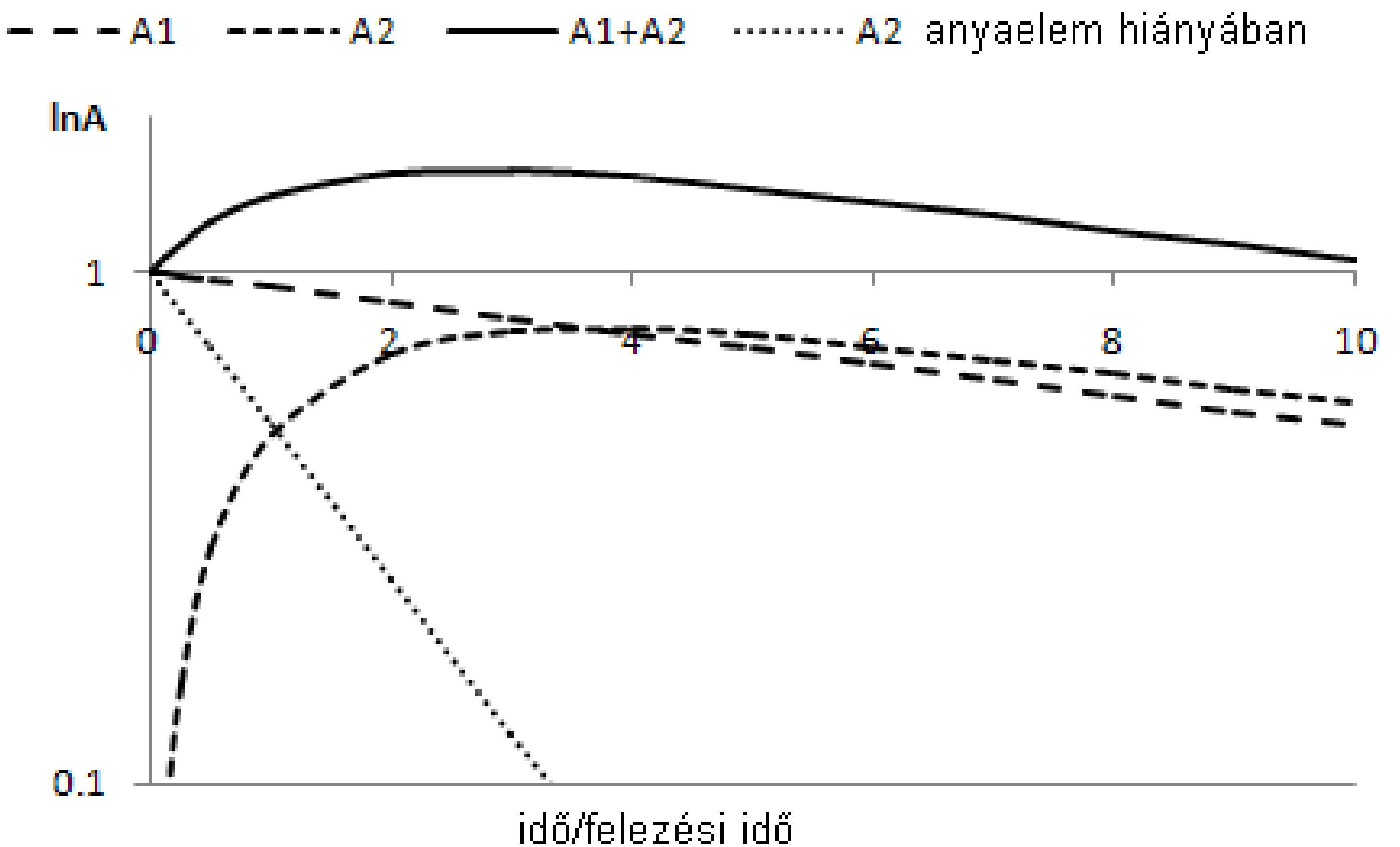
$e^{(\lambda_1 - \lambda_2)t}$ gyorsan 0 lesz. Ha t=0 N_2=0:

$$N_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_{10} e^{-\lambda_1 t}$$ ill. $$N_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1$$

Aktivitásokkal ($N_2=A_2/\lambda_2$ és $N_1=A_1/\lambda_1$): $$A_2 = \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} A_1$$

$$\frac{\lambda_1 N_1}{\lambda_2 N_2} = 1 - \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{A_1}{A_2}$$

Kurrens vagy tranziens egyensúly



$\lambda_1 << \lambda_2$: szekuláris egyensúly

λ_2 mellett a λ_1 elhanyagolható, t=0-nál N_2=0:

$$N_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} N_{10} e^{-\lambda_1 t} \left[1 - e^{-\lambda_2 t}\right]$$

Mivel az anyaelem bomlása igen lassú $e^{-\lambda_1 t} \approx 1$

$$N_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} N_{10} \left[1 - e^{-\lambda_2 t}\right] \qquad A_2 = A_{10} \left[1 - e^{-\lambda_2 t}\right]$$

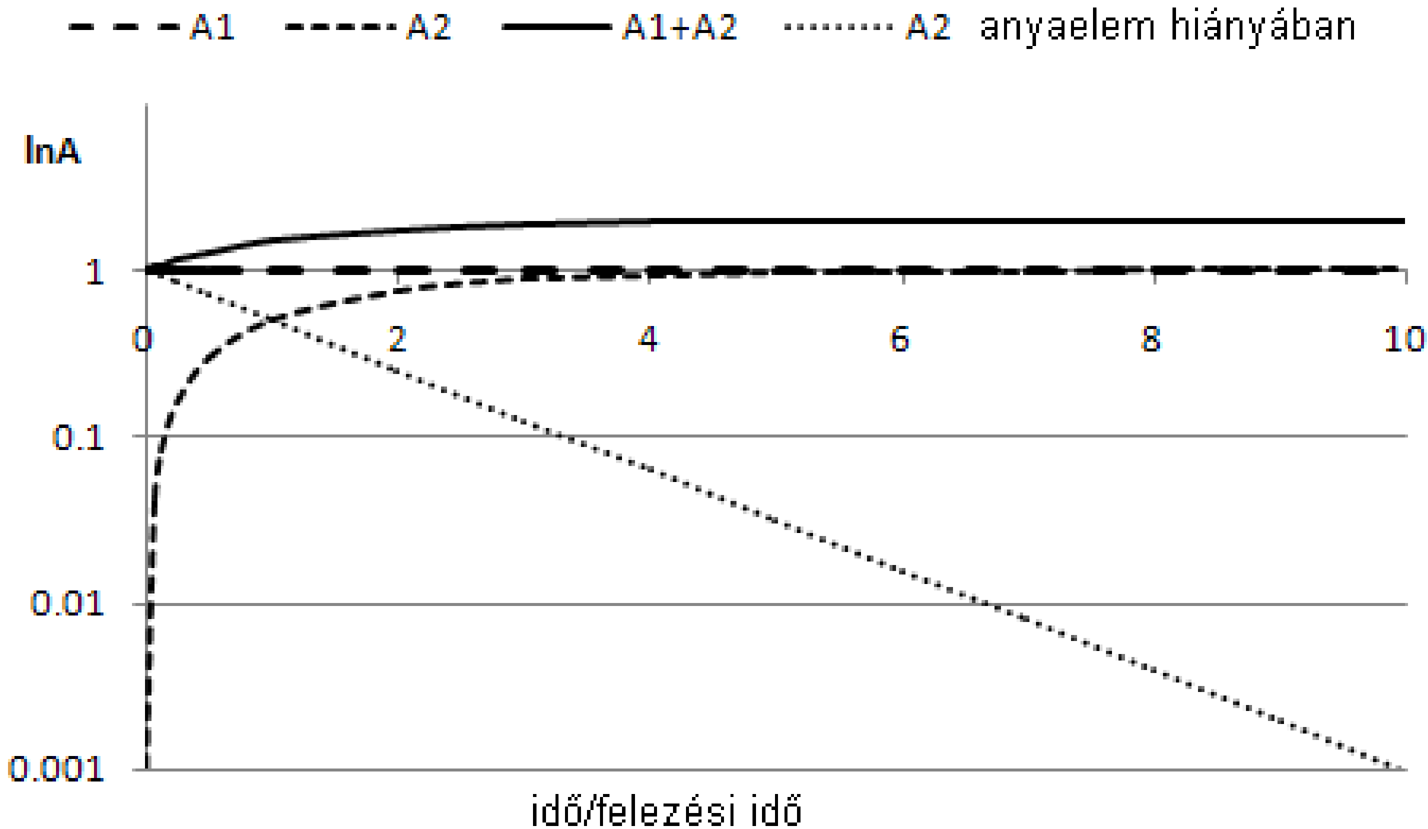
Kb. tíz felezési idő után $e^{-\lambda_2 t} \approx 0$

$$N_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} N_{10} \longrightarrow N_2 \lambda_2 = N_{10} \lambda_1$$

Több tagra:

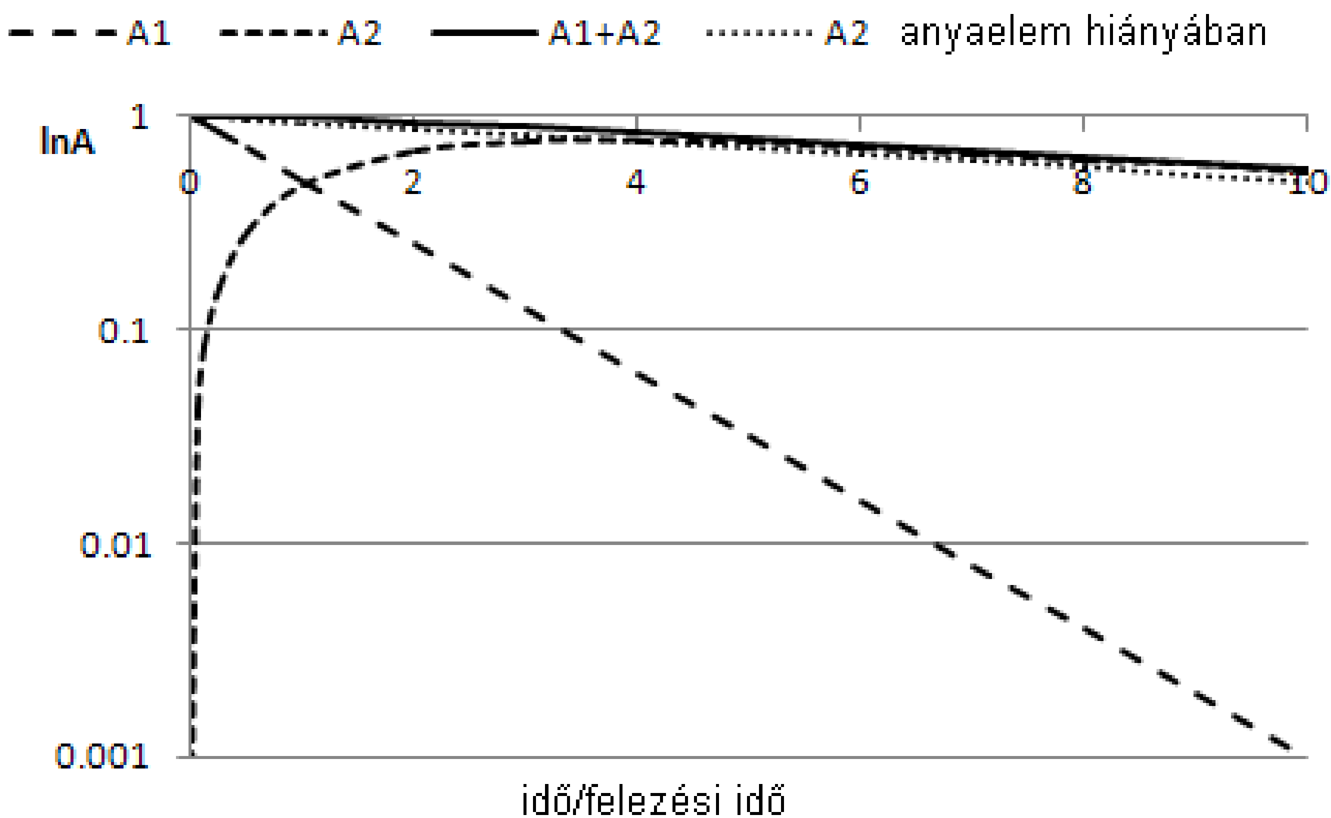
$$N_1 \lambda_1 = N_2 \lambda_2 = ... = N_n \lambda_n = A_1 = A_2 = ... = A_n$$

Szekuláris egyensúly



$$\lambda_1 > \lambda_2$$

$$^{130}Te(n,\gamma)^{131}Te \xrightarrow{\beta^-} {}^{131}I$$



$$\lambda_1 \approx \lambda_2$$

$$\lim_{\lambda_1 \to \lambda_2} N_2 = \lambda t N_{10} e^{-\lambda t} = \lambda t N_1$$

$$N_2 = N_1 \lambda t$$